
10. Übung zum Vorkurs Physik

Wintersemester 2016/17

<http://www.ph2.uni-koeln.de/ws1617-vorkurs.html>

1. Gerade

Die Punkte A und B in einem kartesischen KOS haben folgende Koordinaten: $A = (1, 2)$ und $B = (0, -2)$, und \vec{a} und \vec{b} sind die entsprechenden Ortsvektoren. Die Gerade g , die durch beide Punkte in Richtung \overrightarrow{AB} verläuft, ist durch $g = \{\vec{a} + t(\vec{b} - \vec{a}) \mid t \in \mathbb{R}\}$ gegeben.

- Schreiben Sie die Gerade in Komponentendarstellung.
- Welche Funktion $y = y(x)$ beschreibt die gleichen Punkte wie die Gerade? Gibt diese Funktion auch Information über die Verlaufsrichtung?

2. Ebene

a) Zeigen Sie, dass die Vektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$, und $\vec{c} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ linear abhängig sind.

b) Zeigen Sie, dass die Vektoren \vec{a} und \vec{c} linear unabhängig sind.

c) Bestimmen Sie die Ebenengleichung (in Parameterform) der Ebene E , die durch \vec{a} und \vec{c} aufgespannt wird und durch den Punkt mit den Koordinaten $P = (1, 1, 1)$ verläuft.

d) Wie lautet die Normalenform der Ebene E aus c)?

Hinweis: $E = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3 : s_1x_1 + s_2x_2 + s_3x_3 = \vec{s} \cdot \vec{x} = b\}$.

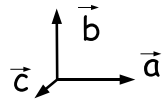
3. Orthogonalität

Zeigen Sie: Zwei Vektoren sind genau dann orthogonal, wenn ihre Summe und Differenz gleichen Betrag haben.

Bitte wenden

4. Vektorprodukt

a) Gegeben seien drei Vektoren wie in der Zeichnung unten; \vec{a} und \vec{b} liegen in der Zeichenebene, \vec{c} zeigt aus ihr heraus. Alle Winkel sind rechte, die Längen der drei Vektoren sind 1. Ermitteln Sie das Ergebnis der folgenden Vektorausdrücke:



i) $\vec{a} \times \vec{b}$ ii) $\vec{b} \times \vec{a}$ iii) $\vec{c} \times \vec{a}$ iv) $\vec{c} \times \vec{c}$ v) $\vec{c} \times (\vec{b} + \vec{a})$ vi) $(\vec{a} - \vec{b}) \times (\vec{c} + \vec{a})$

b) Gegeben seien $\vec{p} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}_B$ und $\vec{q} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}_B$

bezüglich einer rechtshändigen Orthonormalbasis B . Bestimmen Sie $\vec{p} \times \vec{q}$, $\vec{q} \times \vec{p}$ und $\vec{p} \cdot (\vec{p} \times \vec{q})$ (was bedeutet das?). Wie groß ist die Fläche eines von \vec{p} und \vec{q} aufgespanntes Parallelogramms?

c) Zwei Vektoren der Längen 2 und 3 schließen den Winkel $\pi/6$ ein. Wie lang ist ihr Vektorprodukt?

5. Vektorprodukt - Rechenregeln

a) Vereinfachen Sie $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot [(\vec{b} + \vec{c}) \times (\vec{a} + \vec{c})]$.

b) Formen Sie den Ausdruck für den Vektor $\vec{v} = \vec{a} \times (\vec{b} \times (\vec{a} \times \vec{b}))$ auf zwei Weisen um, indem Sie die *bac-cab*-Regel zunächst auf die ersten beiden, oder alternativ auf die letzten beiden Kreuzprodukte anwenden! Wie ist \vec{v} orientiert? Was passiert, wenn $\vec{a} \parallel \vec{b}$ oder $\vec{a} \perp \vec{b}$?