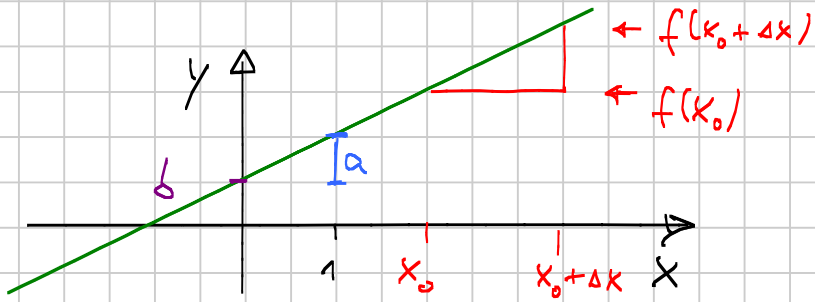
3) Differentialrechnung

3.1 Ableitung

Motivation: einer linearen Funktion $y = ax + b$

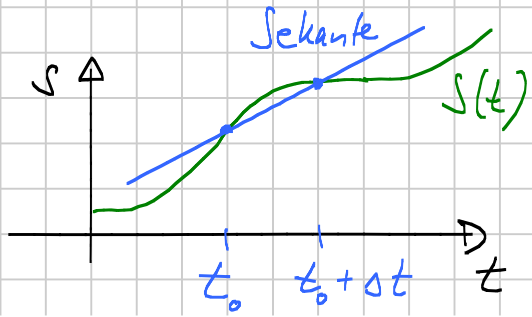


$\Delta y =$

$\Delta x =$

Bsp: Zug fährt mit konstanter Geschwindigkeit v und legt die Strecke $s(t) = s(0) + v \cdot t$ zurück. Mit $s(1h) - s(0) = 200\,km$ folgt

Hier:

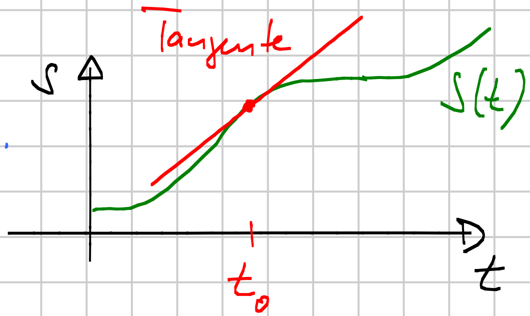


Aber: Zug beschleunigt und bremst.

$\Rightarrow \frac{\Delta y}{\Delta x} \left(= \frac{\Delta s}{\Delta t} \right)$ liefert

Für differenzierbare Funktionen können wir die lokale Steigung oder Änderungsrate bestimmen.

Hier: die momentane Geschwindigkeit



Steigung der Funktion $f(x)$ an der Stelle x_0

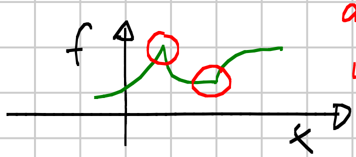
=

Def: Ableitung von f an der Stelle x_0:

Andere Schreibweisen:

„Differenzierbar" heißt

bzw.



an diesen Stellen nicht diff.-bar

Physik: viele Größen sind Differentialquotienten:

Geschwindigkeit $v(t) = \frac{ds}{dt}$, Beschleunigung $a(t) = \frac{dv}{dt}$

elektr. Strom $I(t) = \frac{dQ}{dt}$ $\hat{=}$ infinitesimale Ladungsmenge dQ pro Zeitintervall dt

Beispiele:

$a \in \mathbb{R}$

f	a	x^2	x^a	e^x	$\ln x$	$\sin x$	$\cos x$
f'							

Höhere Ableitungen

2. Ableitung:

n-te Ableitung:

3.2 Ableitungsregeln

1) Faktorregel $a = \text{const}$

2) Summenregel

3) Produktregel

4) Quotientenregel