Fachgruppe Physik, Universität zu Köln
Prof. Dr. M. Lässig
Prof. Dr. M. Grüninger

Montag, 26.09.2016

6. Übung zum Vorkurs Physik

Wintersemester 2016/17

Internetseite: *http://ph2.uni-koeln.de/ws1617-vorkurs.html*

1. Stammfunktion

Bestimmen Sie diejenige Stammfunktion $F(x)$ zur Funktion $f(x)$, die die Randbedingung erfüllt:

i)	$f(x) = 3x + 1$	Randbedingung: F(0)=0
ii)	$f(x) = 3x + 1$	Randbedingung: F(1)=2
iii)	$f(x) = 1/x$	Randbedingung: F(1)=2

2. Integrale

Berechnen Sie:

i) $\int 2(x^2 - 3)x \,\mathrm{d}x$ **ii)** $\int (x-1)^{333} \,\mathrm{d}x$ **iii)** $\int \frac{x^2}{\sqrt{1+x^3}} \,\mathrm{d}x$

iv) $F(x) = \int_0^x e^{At} \,\mathrm{d}t$ **v)** $F(x) = \int_0^x \sum_{i=0}^{N} a_i t^i \,\mathrm{d}t$ **vi)** $F(x) = \int_0^x \cos(\omega t) \,\mathrm{d}t$

vii) $\int_{-\pi}^{0} 2 \sin x \,\mathrm{d}x$ **viii)** $\int_{-\pi/7}^{\pi/7} 2 \sin x \,\mathrm{d}x$ **ix)** $\int \frac{4x+3}{2x^2+3x+5} \,\mathrm{d}x$

3. Integrieren ohne Bestimmung der Stammfunktion

Bestimmen Sie die folgenden Integral, ohne dabei die Stammfunktion zu bestimmen.

i) $\int_{-\pi/3}^{\pi/3} (\sin x)^3 \,\mathrm{d}x$ **ii)** $\int_0^{2\pi} \sin x \,\mathrm{d}x$ **iii)** $\int_{-7}^{7} 7x^3 + 3x^7 \,\mathrm{d}x$

4. Partielle Integration und Substitution

Berechnen Sie

i) $\int_0^{\pi/2} \sin x \cos x \,\mathrm{d}x$ **ii)** $\int_1^{2e} \frac{1}{x} \ln x \,\mathrm{d}x$ **iii)** $\int_0^{\pi} (\sin x)^2 \cos x \,\mathrm{d}x$

auf zwei unterschiedlichen Wegen: a) mittels partieller Integration, b) mittels Substitution.

5. Endlich oder unendlich?

a) Betrachten Sie eine Rakete, die mit 10000 km/h durch die „unendlichen Weiten“ des Weltalls fliegt. Vom Zeitpunkt $t = 0\,\mathrm{h}$ an wird die Rakete kontinuierlich abgebremst, so dass ihre Geschwindigkeit für $t \geq 0\,\mathrm{h}$ beschrieben wird durch

$$v(t) = \frac{10000\,\mathrm{km} \cdot \mathrm{h}}{(t + 1\,\mathrm{h})^2} \ .$$

Offensichtlich bleibt die Geschwindigkeit $v(t)$ für alle $t/1\,h \in \mathbb{R}$ endlich, $v \neq 0$. Wie weit fliegt die Rakete noch, d.h. wie groß ist

$$s(\infty) - s(0) = \int_0^\infty v(t)\,\mathrm{d}t \ ?$$

Fliegt sie noch unendlich weit?

b) Ein Wasserhahn wird zum Zeitpunkt $t = 0\,\mathrm{h}$ undicht. Die auslaufende Wassermenge (in Litern pro Stunde, l/h) werde beschrieben durch

$$M(t) = \frac{2\,l \cdot \mathrm{h}}{(t + 1\,\mathrm{h})^2} \ .$$

Benutzen Sie das Ergebnis aus a), um die Wassermenge zu bestimmen, die für $t \to \infty$ ausläuft. Was ändert sich an dieser Diskussion wenn Sie berücksichtigen, dass das Wasser in „quantisierten Mengen“ austropft (ein „Tropfen“ kann nicht weniger als ein Molekül enthalten)?