Fachgruppe Physik, Universität zu Köln
Prof. Dr. M. Lässig
Prof. Dr. M. Grüninger

Freitag, 23.09.2016

5. Übung zum Vorkurs Physik

Wintersemester 2016/17

Internetseite: *http://ph2.uni-koeln.de/ws1617-vorkurs.html*

1. Ableitung der Umkehrfunktion

Benutzen Sie die Regel zur Ableitung der Umkehrfunktion und berechnen Sie die Ableitung von

$$f(x) = x^{(1/a)} \;, \qquad g(x) = \ln(x) \;, \qquad h(x) = \arctan(x) \qquad \text{und} \qquad i(x) = \arcsin(x)$$

Hinweise:
1) Die Ableitung des $\tan(x)$ kann als $1 + \tan^2(x)$ geschrieben werden.
2) Was folgt aus $\cos(u) = \sqrt{1 - (\sin u)^2}$ mit $u(x) = \arcsin x$?

2. Extremwerte

Bestimmen Sie Nullstellen und Extremwerte der Funktion $f(x) = 2x^4 - 8x^2$.

3. Exponentialreihe

Die Taylor-Reihe der natürlichen Exponentialfunktion lautet $e^x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$.

Berechnen Sie mit dem Taschenrechner oder dem PC durch Verwendung von

$$\sum_{n=0}^{m} \frac{x^n}{n!}$$

die Zahlen e^1 bzw. $e^{0.1}$ auf 8 Stellen genau. Wie groß muss man m jeweils wählen?

4. Taylor-Entwicklung

Nähern Sie die Funktionen

i) $f(x) = \ln(x+1)$ **ii)** $f(x) = \tan x$ **iii)** $f(x) = \left(\frac{\sin x}{x}\right)^2$

jeweils durch ein Taylor-Polynom $\tilde{f}_4(x)$ um $x_0 = 0$ bis zur Ordnung x^4.
Hinweis zu iii): Benutzen Sie die Taylor-Reihe für $\sin x$ und gehen Sie „gliedweise“ vor. Der direkte Weg über $f'(0)$, $f''(0)$ ist sehr steinig.

Überprüfen Sie Ihre Ergebnisse, indem Sie $f(x)$, $\tilde{f}_4(x)$ und $f(x) - \tilde{f}_4(x)$ mit Taschenrechner oder PC plotten.

5. Quadratische Näherung

Berechnen Sie $\sqrt{17}$ in quadratischer Näherung durch Entwicklung der Funktion $f(x) = \sqrt{x}$ um $x_0 = 16$ und vergleichen Sie das Ergebnis mit dem exakten Wert.

6. L'Hôspital

Berechnen Sie den Grenzwert

$$\lim_{x \to 0} \frac{1 - \cos x}{x} \ .$$