
2. Übung zum Vorkurs Physik

Wintersemester 2016/17

Internetseite: <http://ph2.uni-koeln.de/ws1617-vorkurs.html>

1. Umkehrfunktion

Bestimmen Sie sowohl zeichnerisch als auch explizit die Umkehrfunktion von $y = f(x)$. Schränken Sie falls nötig den Definitionsbereich so ein, dass $y = f(x)$ bijektiv ist.

a) $y = \frac{1}{x}$ b) $y = \frac{1}{x-1}$ c) $y = x^3 - 1$ d) $y = x^2 + 2x + 1$ e) $y = |x|$

f) $y = \frac{1}{x^2}$ g) $y = (x^2)^5$ h) $y = \frac{1}{2x+4} - 1$ i) $y = (x+3)^3 - 3$ j) $y = \frac{x^2+2x-3}{x^2+2x+1}$

2. Verschieben, Stauchen, etc.

a) Geben Sie die Funktion $g(x)$ an, die man durch Verschieben des Graphen von $f(x) = 1/x$ um $x_0 = -2$ nach links und $y_0 = 3$ nach oben erhält. Zeichnen Sie $f(x)$ und $g(x)$.

b) Gegeben sei $f(x) = \frac{x^2+3}{x-1} + \sqrt{x-3}$. Geben Sie die Funktion $g(x)$ an, die man durch Verschieben des Graphen von $f(x)$ um $x_0 = -2$ nach links und $y_0 = 3$ nach oben erhält.

c) Die Funktion $h(t) = 2 - 2t^2 + t^4$ hat ein lokales Maximum bei $P = (0, 2)$ und zwei lokale Minima bei $Q_{1,2} = (\pm 1, 1)$. Zeichnen Sie $h(t)$. Strecken und verschieben Sie $h(t)$ so entlang der h -Richtung, dass die Minima wieder bei $Q_{1,2}$ liegen, das Maximum jedoch bei $R = (0, 4)$. Wiederholen Sie die Aufgabe für $R = (0, 5)$.

3. Verkettung

Gegeben seien die reellen Funktionen $f(x)$ und $g(x)$. Bestimmen Sie die Verkettungen $h(x) = f(g(x))$ und $i(x) = g(f(x))$ sowie jeweils Definitionsbereich und Bildmenge. Zeichnen Sie f , g , h und i .

a) $f(x) = \sqrt{-x}$, $g(x) = x^2$ b) $f(x) = x$, $g(x) = x$

c) $f(x) = 1 - x^2$, $g(x) = (1 - x)^2$ d) $f(x) = 3 - x$, $g(x) = 2$

4. Verkettung rückwärts

Gegeben sei die Funktion $h(x)$. Geben Sie Funktionen $f(x)$ und $g(x)$ an, so dass $h(x) = f(g(x))$. Versuchen Sie, verschiedene Lösungen anzugeben.

a) $h(x) = \frac{3}{\sqrt{x}}$ b) $h(x) = \sqrt{3x}$ c) $h(x) = \sin\left(\frac{\pi}{3} + 5x\right) + \cos\left(\frac{4\pi}{3} + 5x\right)$

d) $h(x) = e^{-2-2x}$ e) $h(x) = \frac{x+2}{x^2}$ f) $h(x) = x^2 - 2x + \frac{1}{x-1}$